

標準化教育プログラム[個別技術分野編－電気電子分野]

第15章 計測の信頼性と測定の不確かさ

本資料は、経済産業省委託事業である「平成19年度基準認証研究開発事業（標準化に関する研修・教育プログラムの開発）」の成果である。

改訂日：2009年2月13日
日本電気計器検定所
奥 雅司
協力（独）産業技術総合研究所
榎原 研正
田中 秀幸
（標準講義時間 90分）

p. 1

◆ 解説

近年、国際レベルでの情報化社会のインフラ(infrastructure)の整備が進み、国家間の商品流通の活性化に伴って、地球規模の経済的ボーダーレス化の広がりを強く感じるようになった。

ISO(国際標準化機構)のISO 9000シリーズやISO 14000シリーズを利用する機関、企業が急増していることもひとつの裏づけといえるであろう。

計測の分野においては、国際的な商取引の整合性を確保する統一的な測定結果の信頼性の必要性が高まってきたわけである。

例えば、ある計測器を用いて検査や試験を行うとき、予めその検査や試験の結果に対する信頼性を確保しておかなければ、その検査や試験が適切であったかどうか判断できない。

以上のことから、計測における信頼性評価のガイドとして“GUIDE TO THE EXPRESSION OF UNCERTAINTY IN MEASUREMENT”: (GUM)、日本規格協会版“計測における不確かさの表現のガイド”が発刊され、「測定の不確かさ」という国際的に共通の測定結果に対する信頼性の指標ができたということである。

学習のねらい …… 第15章 計測の信頼性と測定の不確かさ

- 1 産業分野における製品の品質保証には、計測における信頼性評価が必要であることを理解する。(農業, 医療, 食品等, 広く関係する)
- 2 測定結果の信頼性を確保するためには、計量標準へのトレーサビリティが必要であることを認識する。
- 3 測定結果の値は、1つの候補だけでなく、ある範囲で無数の値の候補があるということを理解する。
- 4 計測の信頼性評価の表現について、「測定の不確かさ」が国際的合意に至る歴史的経緯と国際標準化の背景を知る。
- 5 不確かさ評価に必要な統計的基礎を理解し、不確かさの評価方法を習得する。
- 6 不確かさを考慮した場合の合否判定についての国際的な指針と、適切な不確かさ評価の重要性について理解する。

計測の信頼性と測定の不確かさ 2

p. 2

◆ 解説

- 1 産業分野における製品の品質を保証するためには、適切な管理が行われた検査、試験で確認されている。この検査、試験において、得られた結果の信頼性を確保するための評価が必要であることを理解する。計測の信頼性評価は、農業, 医療, 食品等, 広く関係する。
- 2 製品の品質を判定する検査、試験の測定結果が大きすぎて、不良品を多く市場に出してしまう。測定結果の信頼性を確保するためには、その値が計量標準へのトレーサビリティが必要であることを認識する。
- 3 測定対象や使用した計測器の持つばらつき(曖昧さ)によって、得られた測定結果には、ばらつきを生じている。すなわち測定結果の値は、1つの候補だけでなく、ある範囲で無数の値の候補があるということ、すなわち測定結果は不確かな範囲をもっているということを理解する。
- 4 計測の信頼性評価について、これまで国際的に統一された手法が決められていなかった。計測の信頼性評価の表現について、「測定の不確かさ」が国際的合意に至る歴史的経緯と国際標準化の背景を知る。
- 5 不確かさ評価に必要な標準偏差などの統計的な基礎を学習し、不確かさがどのような方法で評価されるのかを習得する。
- 6 不確かさを考慮した場合の合否判定については、国際的な指針が出ている。ここでは、適合性の表明において不確かさがどのように考慮されるのかを理解する。

目 次 …… 第15章 計測の信頼性と測定の不確かさ

- 1 製品の品質保証と計測の信頼性
- 2 計量標準と計測のトレーサビリティ
- 3 不確かさとは何か
 - －歴史的経緯
 - －普及と背景
- 4 不確かさ評価に必要な統計的基礎
- 5 不確かさ評価の概要
 - －誤差と不確かさの違い
 - －不確かさ評価の流れ
 - －不確かさ要因の考察
 - －タイプAの評価法
 - －タイプBの評価法
 - －測定結果を導く数学モデル
 - －不確かさの合成と拡張
 - －不確かさの報告
- 6 不確かさと適合性の表明

計測の信頼性と測定の不確かさ 3

p. 3

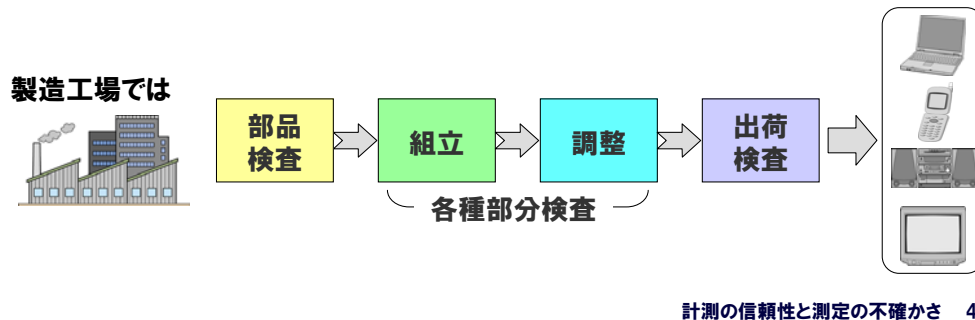
◆ 解説

各項目とそのキーワードをまとめると次のとおりである。

- 1 製品の品質保証と計測の信頼性 [製品仕様より厳しく設定した社内基準](#)
- 2 計量標準と計測のトレーサビリティ [SI単位, 結果の質の指標\(不確かさ\)](#)
- 3 不確かさとは何か
 - －歴史的経緯 [共通の尺度の必要性 GUMの発行](#)
 - －普及と背景 [品質マネジメントシステムで必要](#)
- 4 不確かさ評価に必要な統計的基礎 [実験標準偏差, 自由度](#)
- 5 不確かさ評価の概要
 - －誤差と不確かさの違い [測定結果の認識限界, 誤差との相違点](#)
 - －不確かさ評価の流れ [個々の不確かさを抽出, 評価, 合成](#)
 - －不確かさ要因の考察 [結果に有意な要因をピックアップ](#)
 - －タイプAの評価法 [平均値の実験標準偏差の算出](#)
 - －タイプBの評価法 [確率分布を仮定し評価](#)
 - －測定結果を導く数学モデル [感度係数の重要性](#)
 - －不確かさの合成と拡張 [2乗和平方根, 包含係数で拡張](#)
 - －不確かさの報告 [不確かさの表記方法](#)
- 6 不確かさと適合性の表明 [不確かさを取り入れた合否判定](#)

1 製品の品質保証と計測の信頼性 ①

- 製品の品質を保証するために、検査や試験が行われる。このとき得られた測定結果の信頼性が重要となる。
- 品質を維持するために、使用される計測器の精度管理が必要となる。一般的に、計測器の試験や校正を定期的に試験所や校正機関に依頼し、測定結果が信頼できることを担保する。
- 試験所や校正機関は、確実な計測器の値付けを行うため、計量標準につながる標準の値の確保が必要である。



p. 4

◆ 解説

図に示すように、一般に生産において、製品の品質を保証するためには、検査や試験が行われる。

このとき得られた測定結果を合否判定し、良/不良の判定が行われる。

ここで着目すべき点は、検査や試験で得られた測定結果がどの程度信用できるものなのかということである。

すなわち、使用される計測器の品質を維持するために精度管理が必要となる。

一般的に、計測器の試験や校正を定期的に試験所や校正機関に依頼し、計測器の測定値が信頼できることを担保している。

産業界から計測器の試験又は校正の依頼を受けた試験所や校正機関は、確実な計測器の値付けを行うため、計量標準につながる標準の値を維持管理している。

測定結果の信頼性を確保するためには、計測の精度管理が不可欠であるということ、得られた測定結果がいつも同じ値とはならない、ばらつきを持っているということを知ってもらう。

計測器が持っているばらつきは、製品の品質保証に影響を与えており、直接的に製品のばらつきに関係付けられる。

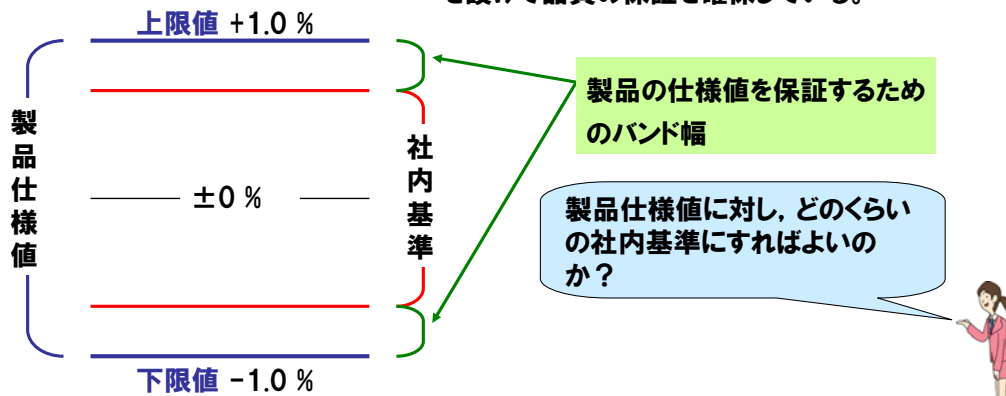
校正とは、計器又は測定系の示す値、若しくは実量器又は標準物質の表す値と、標準によって実現される値との間の関係を確定する一連の作業。備考:校正には、計器を調整して誤差を修正することは含まない。(JIS Z 8103 計測用語より)

1 製品の品質保証と計測の信頼性 ②

まず、製品の仕様値はどのようにして決定されるのか考察してみよう！

(例) $\pm 1.0\%$ の場合

製造者は、製品の仕様値より厳しい社内基準を設けて品質の保証を確保している。



計測の信頼性と測定の不確かさ 5

p. 5

◆ 解説

一般に製造者は、製品の仕様値より厳しい社内基準を設けており、検査や試験で得られた測定結果がその社内基準に対し合格か不合格かの判定を行っている。

ここでは、 $\pm 1.0\%$ の製品の仕様値を満足させ、市場に不合格品を合格として出荷しない事例を上げて、製品の仕様値はどのようにして決定しているのか考察してみよう！

関係を式で表すと

製品の仕様値 = 社内基準 + 製品の仕様値を保証するためのバンド幅

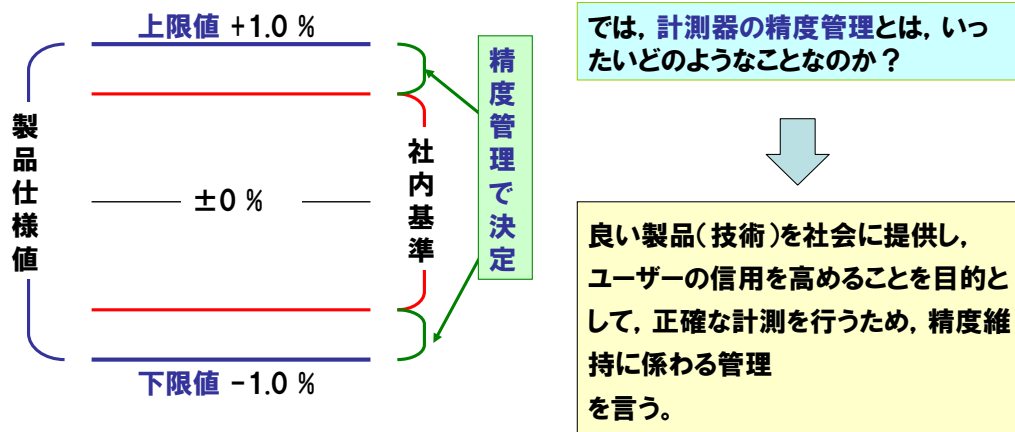
では、製品の仕様値を保証するためのバンド幅は、何に基づき、どの程度の大きさにすればよいのだろうか？

(参考)

アメリカでは、許容限界 (Tolerance Limits) とガードバンド限界 (Guard-band Limit) という用語が用いられ、製品仕様値は許容限界 (Tolerance Limits) に、社内基準は、ガードバンド限界 (Guard-band Limit) に対応している。

1 製品の品質保証と計測の信頼性 ③

製品の仕様値に対し、厳しく設定された社内基準は、検査や試験の測定に使用される計測器の精度管理によって決まると言える。



計測の信頼性と測定の不確かさ 6

p. 6

◆ 解説

検査、試験を行うためには、測定が行われている。

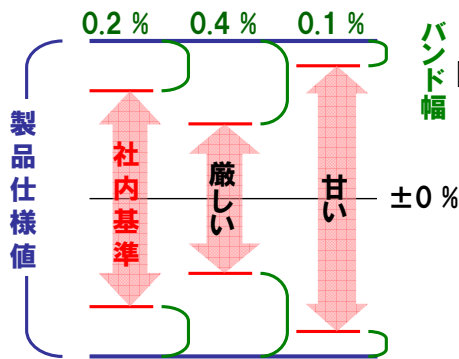
この測定において、使用する計測器の精度管理が必要であることは既に述べたとおりである。

すなわち、製品の仕様値に対し、厳しく設定された社内基準は、検査や試験の測定に使用される計測器の精度管理によって決まると言える。

では、計測器の精度管理とは、いったいどのようなことなのか？

精度管理とは、良い製品(技術)を社会に提供し、ユーザーの信用を高めることを目的として、正確な計測を行うため、精度維持に係わる管理を言う。

1 製品の品質保証と計測の信頼性 ④



精度管理のポイント

- 計測器の許容差, 履歴管理などの社内管理基準の決定
- 検査手順書, 取扱説明書
- 計量標準へのトレーサビリティ
- 定期的な校正など

社内基準が厳しすぎると生産者リスクが大きくなり、逆に甘すぎると消費者リスクが大きくなります。適切なバンド幅を決定するためには**定量的な評価**が重要です。



計測の信頼性と測定の不確かさ 7

p. 7

◆ 解説

精度管理のポイントは、検査や試験に使用される計測器の許容差、履歴管理などの社内基準を設けて、計測器が所定の精度を維持していることを確認することが重要なポイントである。

また、検査や試験の方法及び手順を明確にするため手順書を作成し、作業者によって測定作業の質が変わらないようにすることも重要なファクターである。

計測器の精度を保証するためには、その計測器のもつ誤差を知ることも重要である。そのためには、計量標準へ値がつながるトレーサビリティを確保することが必要となる。

試験所又は校正機関に計測器を試験や校正を定期的に依頼し、発行される試験報告書又は校正証明書に記載された結果から、計測器の誤差を知り、補正することで正確な測定が担保されているのである。

なお、計測器を多数保有する製造者は、社内に計測管理を行う部門を持ち、そこで社内標準を維持し、生産ラインの計測器管理を行っている。

さて、この精度管理を定量的に把握するにはどうすればよいのだろうか？

闇雲に社内基準を厳しくすると不良品率が上がり、コスト高や歩留まりが悪くなってしまい、生産者リスクが高くなる。

逆に社内基準を甘く設定すると不合格品が市場に出回り、消費者リスクが高くなる。

極端な場合は、リコール等で生産者にそのリスクは跳ね返ってしまう。

よって、社内基準を決定するためには、製品の仕様値を保証するためのバンド幅の定量的な評価が重要となる。

ここでいう消費者リスクは、「適合として判定された不適合品を使用する」リスク、生産者リスクは、「品質保証のための管理コスト」をいう。

演習問題 1 —製品の品質保証と計測の信頼性—

- 社内基準が厳しすぎると生産者リスクが大きくなり、逆に甘すぎると消費者リスクが大きくなるということは、どういうことか。具体的な例を挙げて、適切なバンド幅を決定することの重要性について考えよ。
- 計測器の精度管理について述べたポイントを踏まえ、具体的な管理方法について考察せよ。

計測の信頼性と測定の不確かさ 8

p. 8

◆ 解答例

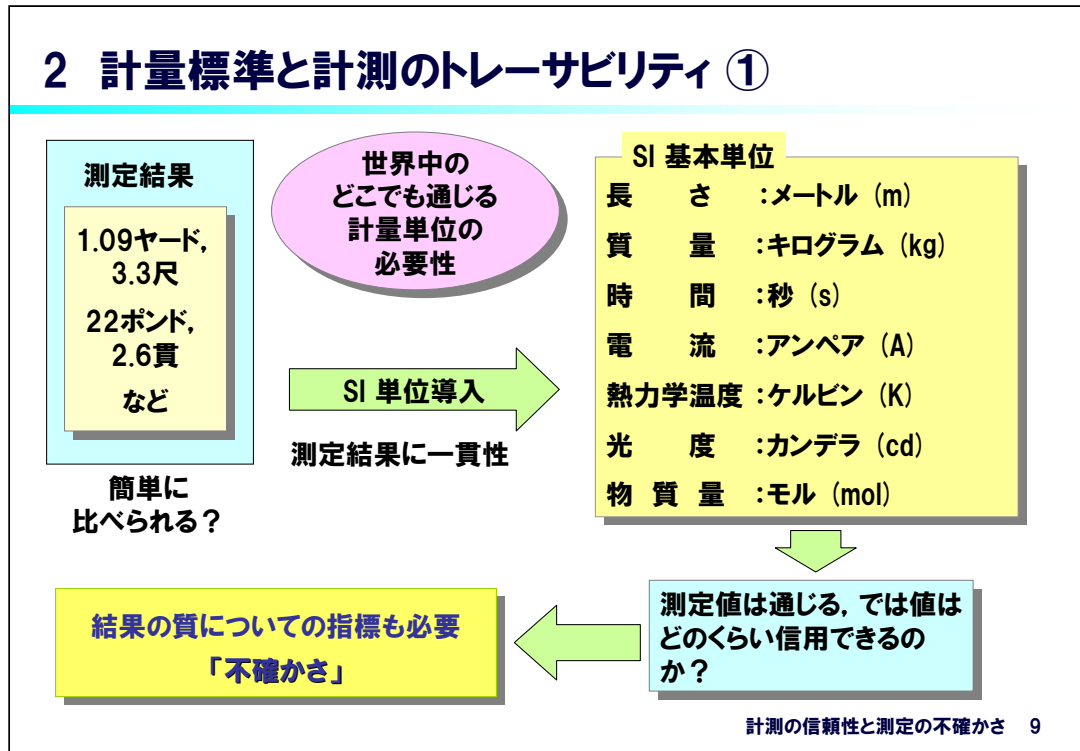
①社内基準が厳しすぎると生産者リスクが大きくなり、逆に甘すぎると消費者リスクが大きくなるということは、どういうことか。具体的な例を挙げて、適切なバンド幅を決定することの重要性について考えよ。

闇雲に社内基準を厳しくすると不良品率が上がり、コスト高や歩留まりが悪くなってしまい、生産者リスクが高くなる。逆に社内基準を甘く設定すると不合格品が市場に出回り、消費者リスクが高くなる。極端な場合は、リコール等で生産者にそのリスクは跳ね返ってしまう。

②計測器の精度管理について述べたポイントを踏まえ、具体的な管理方法について考察せよ。

計測器で測定した結果が有効であるかどうかを確認するために、計測器の許容差を参考に計量標準へのトレーサビリティのとれた定期的な校正を履歴管理として取り決め、社内の精度管理基準を決定する。併せて、検査や試験の作業手順を文書化(マニュアル化)する。

2 計量標準と計測のトレーサビリティ ①



p. 9

◆ 解説

昔は、国ごと地域ごとに単位が異なっていたために、国が違えば、単位は通用しなかった。

SI単位の導入によって、単位と標準の国際的統一がなされ、世界中で通用する単位が作られた。しかし、その後、測定値は通用するが、その値はどのくらい信頼できるのかという問題が生じた。

つまり、1mというのは分かるが、その1mという値はどのくらい信用ができるのかということの表し方が、国あるいは量ごとの分野でばらばらだった。

そこで、SI単位を導入して単位の統一を図ったように、「不確かさ」を導入して測定結果の質の表現方法も統一した。

◆ 参考

メートル法(SI)関連の経緯

1948年(第9回 国際度量衡総会:CGPM)

- ・計量単位の完全な規制の確立を検討
- ・単位記号の一般原則

1954年(第10回 国際度量衡総会:CGPM)

- ・6つの基本単位:(長さ, 質量, 時間, 電流, 熱力学温度, 光度)

1960年(第11回 国際度量衡総会:CGPM)

- ・国際単位(SI)の採用:基本単位, 組立単位, 補助単位, 接頭語(12)

1971年(第12回 国際度量衡総会:CGPM)

- ・7つの基本単位:(物理量を追加)

1991年

- ・7つの基本単位, 組立単位, 2つの補助単位, 19の固有名称を持つ組立単位, 接頭語(20)

1995年(第20回 国際度量衡総会:CGPM)

- ・2つの補助単位を無次元の組立単位として解釈

加盟:51カ国(2007.1現在) 日本は1886年に加盟, 准加盟は22ヶ国

2 計量標準と計測のトレーサビリティ ②

結果の質の表現方法統一による利点とは？



計測の信頼性と測定の不確かさ 10

p. 10

◆ 解説

国際比較とは、各国の国家標準研究所が同様の測定の結果を比較して、国間で同じ値が出せているかどうかをチェックするものである。

校正証明書とは、計測器や計量器(標準分銅、長さの標準であるブロックゲージ、電圧標準器、標準抵抗器など)が校正を受けた場合に発行される証明書である。この証明書には、計測器や計量器が示す値(測定値や公称値など)と標準が示す値との関係が記されている。

標準分銅 1 kg 校正結果 1.000 006 kg など

ワンストップテストングとは、例えば日本の企業が海外に部品を10cm±1mmで発注したとき、今までは、海外の工場で作られたあと検査をして日本に輸出していたが、日本ではその結果が信頼できないので、もう一度日本でも測定を行っていた。

しかし、国際比較とトレーサビリティを組み合わせると、海外の測定結果を信頼することができるので、輸入後の測定を省略することができる。

これをワンストップテストングという。

トレーサビリティ制度については、次以降のスライドで詳しく紹介している。

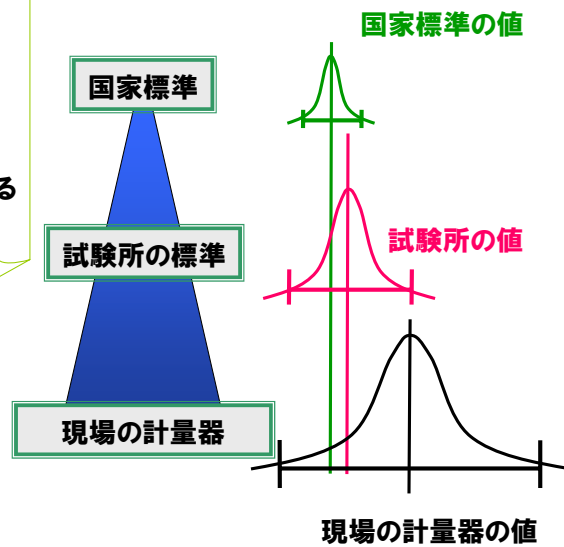
2 計量標準と計測のトレーサビリティ ③

トレーサビリティ(traceability)

(国際計量基本用語集:VIM3 ISO Guide99)

測定の不確かさに寄与し、文書化された、切れ目のない校正の連鎖を通して、参照(計量標準)に結び付けることができる測定結果の性質。

「不確かさ」は、結果の質についての指標であるから、トレーサビリティは、測定結果に対し有効であって、計測器の性能すべてを保証するものでないということに注意する。



計測の信頼性と測定の不確かさ 11

p. 11

◆ 解説

トレーサビリティの語源は、TRACE(追跡)とABILITY(能力)である。

その値の標準をどんどん辿っていくと国家標準又は国際標準に繋がるということ。

トレーサビリティの定義にあるように、原則として「不確かさ」が表記された測定結果であるということが重要である。

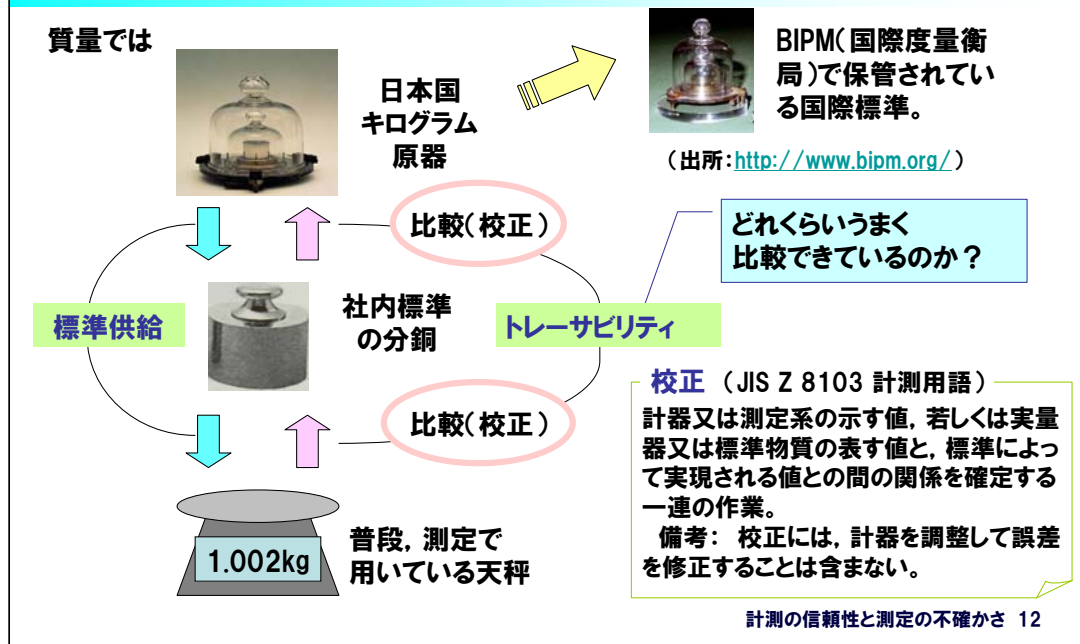
また、「不確かさ」は、結果の質についての指標であるから、トレーサビリティは、測定結果に対し有効であって、計測器の性能すべてを保証するものでないということに注意する。

特定標準器とは、計量法に基づき指定された我が国の最高位の標準である国家計量標準をいう。

特定二次標準器は、ISO/IEC17025の登録を受けた校正機関(現在は計量法改正により登録制度となり登録事業者というが、広くは認定事業者という表現が使われることが多い)が所有する一次標準をいい、特定標準器から校正されて値が付けられる。

校正とは、計器又は測定系の示す値、若しくは実量器又は標準物質の表す値と、標準によって実現される値との間の関係を確定する一連の作業。備考:校正には、計器を調整して誤差を修正することは含まない。(JIS Z 8103 計測用語より)

2 計量標準と計測のトレーサビリティ ④



p. 12

◆ 解説

質量のトレーサビリティについて考えてみよう。

Q1 普段、検査において、測定に用いている天秤はきちんと計量しているのか？

A1 上位の社内標準である分銅で校正を行っているので、正確な値を出している。

Q2 ではその分銅は正確な値であるのか？

A2 更に上位の分銅で校正を行っている。

Q3 更に上位の分銅はきちんととした値を出すのか？

...

A3 どんどん辿っていくと社内の一次標準である分銅は、日本国キログラム原器につながる校正を受けている。というような校正のつながりで、国家標準或いは国際標準まで繋がっている事をトレーサビリティがとれているという。

トレーサビリティとは、下位から上位を見上げて、一番上まで見通すことができるということ。

一方、上位から下位に向かう方向は標準供給という。

しかし、両者は完全に対応していない。

例えば、法定計量などは、標準供給とは言いが、トレーサビリティはとれていない場合もある。

なぜなら、トレーサビリティの定義にもある「不確かさが評価されていない」ケースがあるためである。

なお、当然のことであるが、国立研究所で維持されている国家標準や国際標準の値に対しても、不確かさの評価がなされており、そこで得られた結果にも不確かさが付いている。よって、国家標準の値の不確かさの大きさ(拡がり)の範囲に真の値の候補がある。

(参考)質量については、国際標準があり、BIPMで保管されている。

3 不確かさとは何か－歴史的経緯

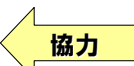
- 1977 国際度量衡委員会(CIPM) ⇒ 国際度量衡局(BIPM)

計測の信頼性の表現について、国際的合意のある共通の尺度が必要であることを指摘し、勧告作成を要請。

- 1980 BIPM作業部会による勧告 (INC-1) …簡潔な概要

- 1981, 1986 CIPMが勧告を承認

- CIPM ⇒ ISO(国際標準化機構) 詳細ガイド作成作業照会



- ◆ IEC(国際電気標準会議)
- ◆ OIML(国際法定計量機関)
- ◆ IUPAP(国際純粋及び応用物理学連合)
- ◆ IUPAC(国際純正及び応用化学連合)
- ◆ IFCC(国際臨床化学連合)

- 1993 Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)



- 最新版:1995年版
- 日本語訳:計測における不確かさの表現のガイド(日本規格協会)

計測の信頼性と測定の不確かさ 13

p. 13

◆ 解説

1977年に国際度量衡委員会(CIPM)が国際度量衡局(BIPM)に計測の信頼性の表現について、国際的合意のある共通の尺度が必要であることを指摘し、勧告作成を要請した。

1980年 BIPM作業部会は、簡潔な概要として勧告(INC-1)を作成。

1981, 1986年にCIPMが勧告を承認し、ISO(国際標準化機構)詳細ガイド作成を依頼した。IEC(国際電気標準会議), OIML(国際法定計量機関), IUPAP(国際純粋及び応用物理学連合), IUPAC(国際純正及び応用化学連合), IFCC(国際臨床化学連合)の協力得て、1993年に国際的に統一された不確かさの表現のガイド「GUM」を発行した。最新版は、1995年、日本語訳は日本規格協会から出版されている。

なお、現在はILAC(国際試験所認定協力機構)が加わり、JCGM(Joint Committee for Guides in Metrology)がGUMのメンテナンス及び補足文書の作成に取り組んでいる。

GUM(ガム)とは、不確かさの一番大元となる本。

不確かさを評価しようという人は、手元にあったほうがよい。

しかし、内容が非常に複雑なので、1ページ目から順番に読むことはしない方がよい。まずは、不確かさに関する基礎的な解説書を読むことから始め、GUMは、その解説書にもどうするか載っていないようなことを調べたいときに引くというように「不確かさの六法全書」と位置付けるとよい。

法律を学び始めるときに六法全書を1ページ目から読んで勉強するというより、入門書、判例集から勉強した方がよいように、不確かさも入門書、事例集などを参考に勉強し始め、困ったときにGUMを引けばよい。

3 不確かさとは何か－普及と背景

- **トレーサビリティへの不確かさ概念の取り込み(国際計量基本用語集VIM3)**
→ 測定の不確かさに寄与し、文書化された、切れ目のない校正の連鎖を通して、参照(計量標準)に結び付けることができる測定結果の性質。
- **ISO/IEC 17025 (JIS Q 17025) による校正機関・試験所の認定制度**
「試験所及び校正機関の能力に関する一般要求事項」
→ 試験所は、測定の不確かさを推定する手順をもち、適用する (5.4.6)
- **国家標準の基幹比較 ← 計測標準の国際相互認証の動き**
<http://kcdb.bipm.fr/BIPM-KCDB/> (Appendices B & C)
- **品質マネジメントシステムの認証制度 (ISO 9000's, ISO/TS 16949等)**
→ **品質管理におけるトレーサビリティ**
- **学術誌でのデータ掲載時の義務づけ**
→ **測定データは、値とその確からしさが与えられて初めて完全な情報であるという認識の普及**
 - ・アメリカ機械学会
 - ・米国立標準技術研究所

計測の信頼性と測定の不確かさ 14

p. 14

◆ 解説

不確かさの普及と背景については、

- **トレーサビリティへの不確かさ概念の取り込み「いわゆる定義の改定」**
→ 測定の不確かさに寄与し、文書化された、切れ目のない校正の連鎖を通して、参照(計量標準)に結び付けることができる測定結果の性質。
- **ISO/IEC 17025 (JIS Q 17025) による校正機関・試験所の認定の要求事項として**
「試験所及び校正機関の能力に関する一般要求事項」
→ 試験所は、測定の不確かさを推定する手順をもち、適用する (5.4.6)
- **国家標準の基幹比較 ← 計測標準の国際相互認証の動き 国際比較の妥当性、信頼性のため**
- **品質マネジメントシステムの認証制度 (ISO 9000's, ISO/TS16949等)**
→ 品質管理におけるトレーサビリティが要求される。
- **アメリカ機械学会や米国立標準技術研究所(NIST)により、学術誌でのデータ掲載において、不確かさ表記を義務づけ、測定データは、値とその確からしさが与えられて初めて完全な情報であるという認識が普及した。**
ということが挙げられる。

3 不確かさとは何か

不確かさ…測定の結果に付随した、合理的に測定量に結びつけられ得る値のばらつきを特徴づけるパラメータ



簡単に言うと

測定量の真の値の候補

不確かさ…ばらつきを特徴づけるパラメータ

「測定量の真の値の候補」全体の拡がりを示すパラメータ

ばらつきと未知のかたより

① 同じ測定を繰り返しても、必ずしも同じ値が得られるとは限らない

砂時計の時間

10.04 min 9.86 min
9.94 min 9.98 min
10.02 min

② 体温計で体温を測ったら、

37.2℃

と表示された。これは、体温が37.15℃～37.25℃の範囲にあることを示している。よって、「体温は、37.2℃からの未知のかたよりをもち、37.15℃～37.25℃のどこに値があるか分からない」ということである。

計測の信頼性と測定の不確かさ 15

p. 15

◆ 解説

これはGUMから引用したもの。

端的に言うと、不確かさとは、ばらつきである。この意味するところは、「分かっているかたよりは、補正しなさい」ということになっている。

砂時計の例は、一般的にイメージできるばらつきを紹介している。

しかし、GUMでは、このようなばらつきに加え、体温計の例で示すように、「37.15から37.25*の間のどこかには存在するが、どこに存在するのか分からない。」つまり、「確定できないかたより」は、ばらつきと同等に扱うということである。

測定値がいつも同じ値とならないという「ばらつき」とある範囲の何処にあるのか分からないという「不可知なかたより」が、GUMでいう「ばらつき」になるということ。

この点を理解していないと、不確かさの考えについていけなくなる。

GUMの原文(英語)では、ばらつきは「dispersion」であり、この単語は、上記のように、ばらつきと不可知なかたよりという広い意味で用いられている。

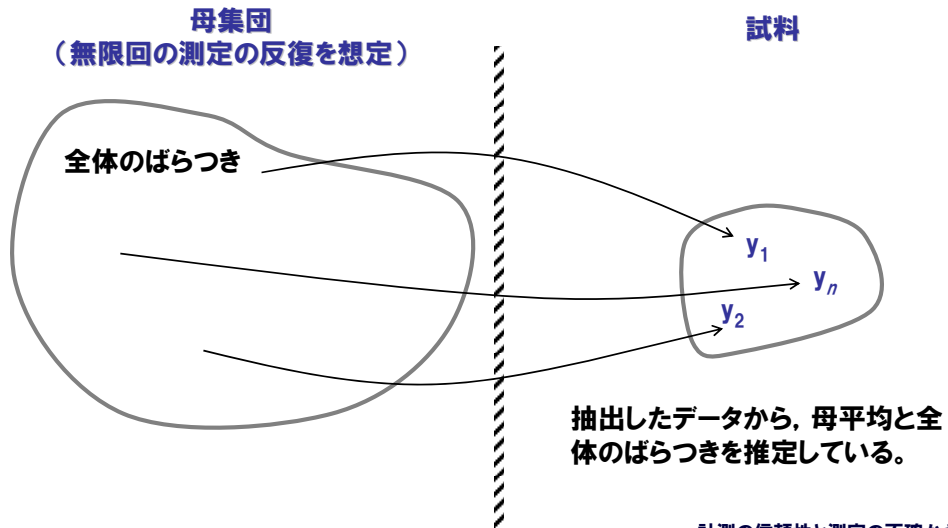
合理的に測定量に結びつけられ得る値とは、測定量の真の値の候補という意味である。

すなわち、測定結果を中心に不確かさの範囲には、「真の値」の候補が存在するということである。

* :37.150000……～37.249999……の区間

4 不確かさ評価に必要な統計的基礎 ①

データ (y_1, y_2, \dots, y_n) の統計学的扱い



計測の信頼性と測定の不確かさ 16

p. 16

◆ 解説

抽出したデータは, 全体のデータの一部である。

このデータから, 母平均を推定しているだけである。等しくはない。

また, 全体のばらつきについても推定している。

4 不確かさ評価に必要な統計的基礎 ②

- ステップ1 平均値 $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}$
- ステップ2 2乗和 $S = (y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \dots + (y_n - \bar{y})^2$
- ステップ3 実験分散 $V = \frac{S}{n-1}$ ← 自由度
- ステップ4 実験標準偏差 $s = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

(参考) 対象が母集団のとき, 実験分散の式の分母は n となる。
この値を母分散といい, その平方根は母標準偏差という。

計測の信頼性と測定の不確かさ 17

p. 17

◆ 解説

統計的数学の基礎としては, この4つの式である。

なお, 実際に使用するときは, 平均値と実験標準偏差の式である。

「実験標準偏差」は, GUMの用語である。

4 不確かさ評価に必要な統計的基礎 ③

分散・標準偏差について

(例)ある製品の質量測定 (g)

5回測定して
次のような結果を得た

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
87.5	86.2	90.1	88.4	87.0

$$\text{平均: } \bar{x} = \frac{87.5 + 86.2 + 90.1 + 88.4 + 87.0}{5} = 87.84 \text{ g}$$

平均値との偏差
単位 [g]

87.5 - 87.84 = -0.34
86.2 - 87.84 = -1.64
90.1 - 87.84 = +2.26
88.4 - 87.84 = +0.56
87.0 - 87.84 = -0.84

(平均値との偏差)²

単位 [g²]

0.1156
2.6896
5.1076
0.3136
0.7056

偏差の2乗和
単位 [g²]

8.9320

実験分散

実験標準偏差

データ数 $n-1$
(自由度)で割る
単位 [g²]

2.233

平方根 単位 [g]

1.494

計測の信頼性と測定の不確かさ 18

p. 18

◆ 解説

ここでは、GUMで用いられる用語実験標準偏差、実験分散を使用している。
単に標準偏差、分散と言ってもよいが、明確に識別するために「実験」を付けている。

正確な言い方ではないが、実験標準偏差は、ばらつきの平均を表していると考えておけばよい。

正確な言い方をすれば、実験標準偏差とは、「偏差の2乗平均の平方根」である。

ここでは、計算過程のステップごとに詳しく教えることがポイントである。

何に対してのばらつきを求めるのか。・・・平均値(試料平均)に対するばらつき。

よって平均値(試料平均)から、各データの偏差を求める。

ばらつきの平均値を出したいので、偏差の和を取りたいが、そのまま足すと0になってしまう。

これは偏差にプラスマイナスがあるのが原因である。

そこで、2乗してすべてをプラスにすると、加算した結果は0にならない。

ばらつきの平均を取りたいので、データの個数で割りたいが、ばらつきを算出するときには、データの個数ではなく、自由度(n-1)を用いる。

算出されたものは(実験)標準偏差ではなく、(実験)分散。

なぜかという、次元が2乗の次元になっている。

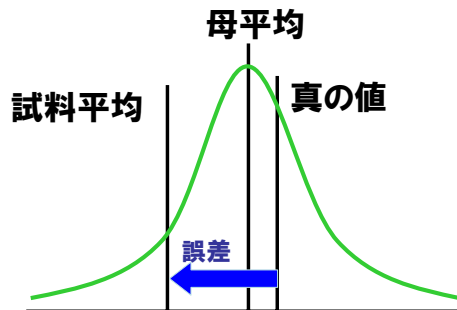
元の単位に戻すために平方根をとる。

これで実験標準偏差が算出できる。

5 不確かさ評価の概要－誤差と不確かさの違い ①

誤差 …真の値は分かるんだ, という前提

不確かさ …私たちが知ることができる知識には限界がある, という前提



私たちが知ることができる値は, 真の値ではなく, 真の値に最も近いであろうと思われる値の推定値である。

その推定した値の周りに真の値の候補が広がっている。
(母平均の区間を推定している)

(参考)

誤差 = 測定値 - 真の値

真の値: ある特定の量の定義と合致する値。

ばらつきの要因は?

ばらつきの大きさは?

個々のばらつきの大きさを調べ, そのばらつきが全部合わさった時のばらつきを求める。

計測の信頼性と測定の不確かさ 19

p. 19

◆ 解説

ここで, 測定の信頼性の表現を誤差で統一するのではなく, 不確かさという新しい概念を導入したのかということについて説明する。

誤差は, 「真の値」を前提としている。しかし, 我々が知ることができるのは測定値である。知り得ることのできる値は, 試料平均だけである。

母平均, ましてやその上のレベルの真の値は, 理想的な概念であり, 絶対に知ることができないのである。したがって, 誤差も理想的な概念の値ということになる。

不確かさは, 試料平均とそのばらつきを用いて, 母平均の存在する場所を推定するだけである。そこには真の値に関する話が入っていない。

言い換えれば, 不確かさで示された範囲には真の値が含まれているという保証はまったくない。

しかし, 適切な測定を行い, 不確かさを評価した場合には, 母平均と真の値は実際には問題がないくらい近いことが期待できるので, 不確かさで示された範囲に真の値が入っていないことはほとんどないであろう。

ところが, あまりよい測定を行っていない場合や不確かさ評価を行っていない場合には, 不確かさで示された範囲に真の値が含まれていないということが十分にあり得る。

「真の値に最も近いであろうと思われる値」とは母平均のこと。

「その推定した値の周りに真の値の候補が広がっている」とは母平均の区間推定を行っているということである。

5 不確かさ評価の概要－誤差と不確かさの違い ②

	不 確 か さ	誤 差
定 義	測定の結果に付随した、合理的に測定量に結びつけられ得る値のばらつきを特徴づけるパラメータ	測定値－真の値
分 類	評価法の分類 ● タイプAの評価法 ● タイプBの評価法	誤差の性質の分類 ● 偶然誤差 ● 系統誤差
合 成 の 方 法	不確かさの伝播則による (相関を考慮した伝播則は、形式的には、右欄の全ての方式を包含する)	・2乗和平方根方式 $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ ・絶対値の和方式 $d = a + b $ ・混合方式 $d = \sqrt{a^2 + b^2} + c $

計測の信頼性と測定の不確かさ 20

p. 20

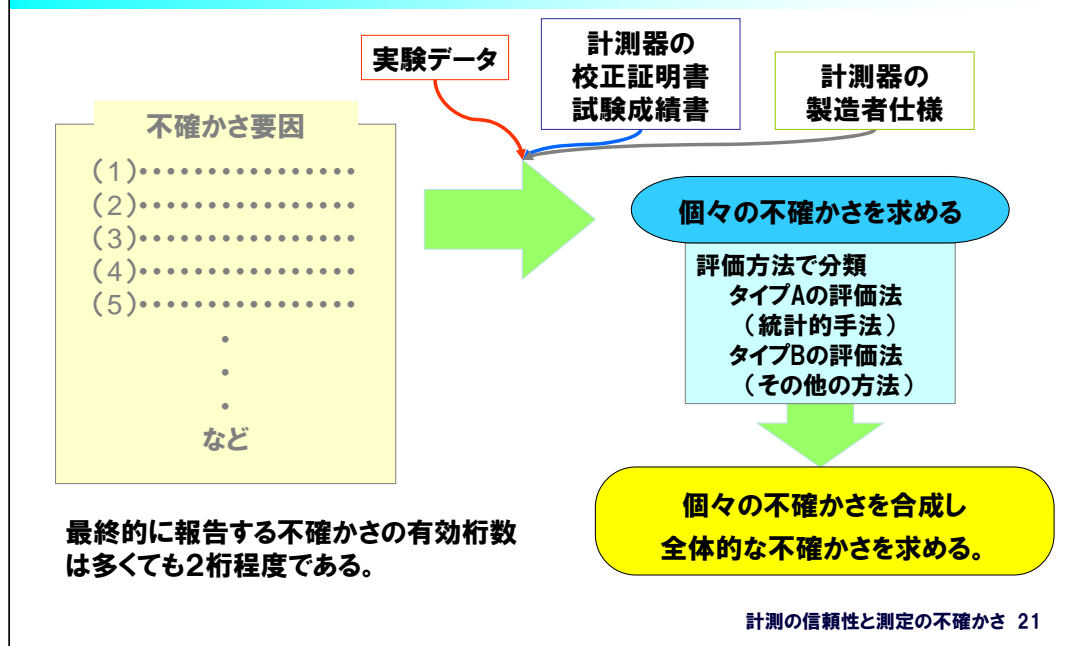
◆ このスライドについて

「誤差と不確かさの違いについて、定義、分類、合成の方法で対比を示すと表のようになる。」という程度で、ここでは、詳しく説明しない。

「興味のある人や将来必要と思う人は、後でしっかり見てください。」という程度で紹介する。

(補足)従来 of 誤差評価では、真の値が不可知であるという点及び偶然誤差と系統誤差について合理的な合成方法の国際的に統一された評価法が示されていなかったことで、計測の分野ごと、国ごとに評価がまちまちであったことが、不確かさ評価へと移り変わった理由のひとつである。

5 不確かさ評価の概要－不確かさ評価の流れ ①



p. 21

◆ 解説

測定結果に影響を与える要因をピックアップし、その要因による不確かさを計算し、合成して、測定結果に対する全体的な不確かさを見積もる。

この不確かさの算出の流れをしっかりと理解してもらうことが、とても重要である。

また、製品のばらつきを改善するという視点において、どの要因によって、どのくらいばらつきが起こるかということを知ることは大変有用なことである。

タイプAの評価とタイプBの評価について

ある要因がタイプAかタイプBかということは、本質的な話ではないので、こだわる必要はない。

つまり、両方とも測定のばらつきを表す標準偏差であるということを再認識すること。

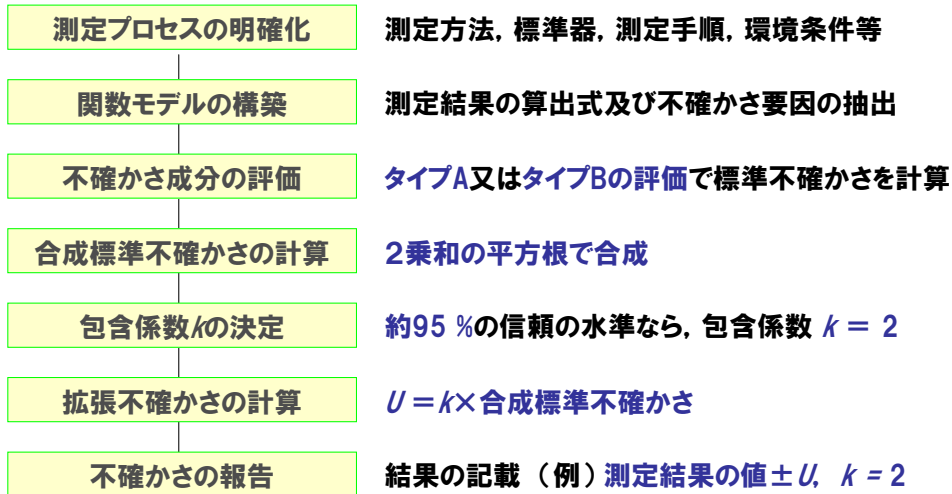
その標準偏差の求め方の違いによって、タイプが別れるだけの話である。

不確かさ算出の初心者には、非常にこのタイプに拘ることがあるが、評価法の識別は重要でなく、また実際には、タイプを分類することが難しいものがある。

GUMには、過去のデータはタイプBとなっているが、「過去のデータから標準偏差を算出した場合にはどちらのタイプか」と言う質問には、分野ごとに世界的にも答えが分かれているようである。

5 不確かさ評価の概要 – 不確かさ評価の流れ ②

GUMより



計測の信頼性と測定の不確かさ 22

p. 22

◆ 解説

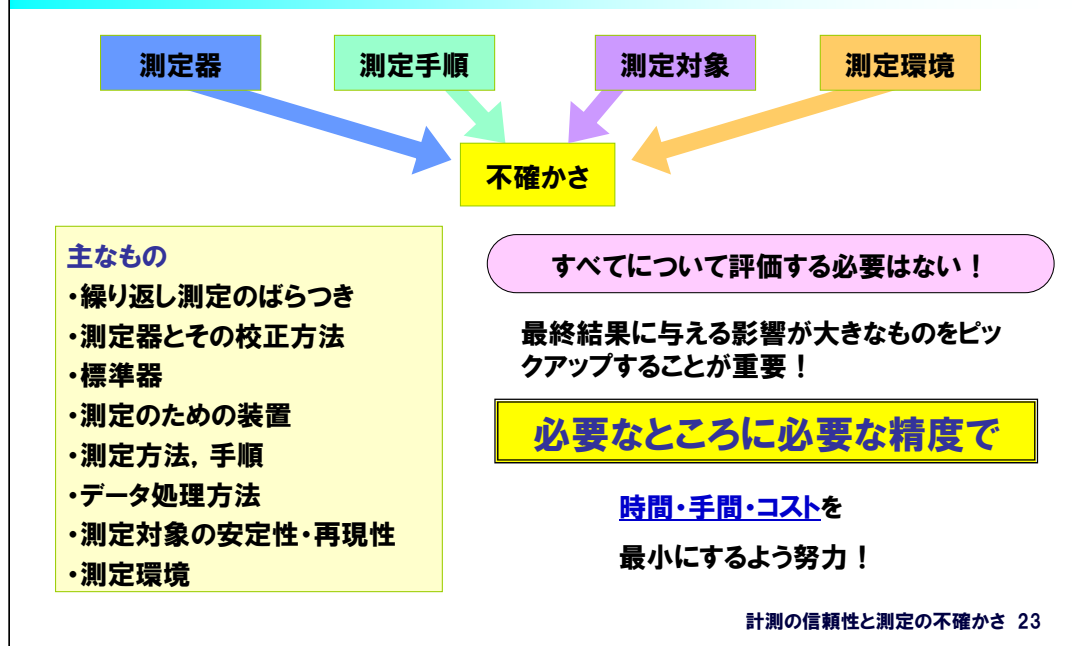
このスライドについて

前のスライドの説明で、「測定結果に影響を与える要因をピックアップし、その要因による不確かさを計算し、合成して、測定結果に対する全体的な不確かさを計算するということを理解させることが重要となる。」ということを知ってもらうことが重要であるので、このスライドでは、詳しく説明しない。

「興味のある人や将来必要と思う人は、後でしっかり見てください。」という程度で紹介する。

必要と感じれば、フロー図をさらっと読み上げる程度でよい。

5 不確かさ評価の概要－不確かさ要因の考察 ①



p. 23

◆ 解説

実際の不確かさ評価のときに一番難しいのは、この不確かさ要因の特定である。

しかし、この講義では、あまりこの不確かさ要因の特定法には深く言及しない。

なぜなら、この不確かさ要因の特定は、統計の問題ではないからである。

つまりは、受講者に要因の特定は、統計の知識ではなく、技術者の知識が必要である、ということを理解してもらうこと。

いろいろな不確かさ要因があるが、一番大事なのは、すべてについて評価する必要はないということ。

小さな要因は切り捨てることが重要。

目安は、非常にきつい条件で一番大きな要因と比べ1/10以下のものは、0.5%増加する程度の大きさでしかないので、評価する必要はない。

1/4程度のものでも影響しないことがある。

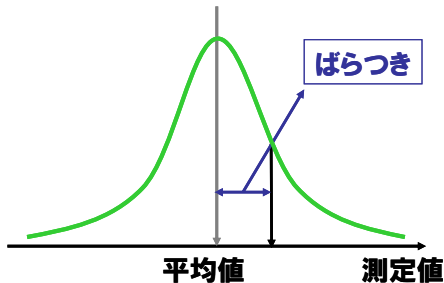
「主なもの」に書かれているものについては具体例を挙げると良い。

例えば、校正方法では、はかりの0点を合わせ校正なのか、分銅を載せて、示された値について合わせ校正なのか、このように校正の方法が変わると、不確かさも変わる。

データ処理方法では、補正が必要な場合、データをいくつか取って平均値を出して、補正するのと、データをいくつか取って、そのデータを補正して、補正されたデータの平均値を求めるのでは、値が変わることがある。

5 不確かさ評価の概要－タイプAの評価法 ①

Aタイプの評価法とは、“統計的手法”を用いてばらつきを算出する方法。



実験標準偏差 = 測定値のばらつき

報告する値 = 平均値

必要なのは測定値のばらつき
ではなく、平均値のばらつき！

平均値の実験標準偏差を求める必要がある。

実験標準偏差は、試料平均のまわりのばらつきを表している。

本来知りたいのは、平均値が母平均に対してどれだけばらついているかである。

計測の信頼性と測定の不確かさ 24

p. 24

◆ 解説

データを取って、それに統計処理を行い、ばらつきを算出するという方法がタイプAである。

しかし、報告する値が何であるかを考えなければいけない。一般に繰り返し測定で報告するのは、平均値である。実験標準偏差は、1個のデータのばらつきを示しているのだから、報告する平均値がどれくらいばらつくのかを示しているのではないということをしかりと理解してもらうことが重要なポイントである。受講者は、この実験標準偏差と後述する平均値の実験標準偏差の違いについて混乱することが非常に多い。

5 不確かさ評価の概要－タイプAの評価法 ②

平均値の実験標準偏差の求め方

平均値の実験標準偏差と、最初に算出した実験標準偏差の間には、以下の関係がある。

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}}$$

ここで、 $s(\bar{x})$ は平均値の実験標準偏差、 $s(x)$ はデータの実験標準偏差、 n は測定回数である。

$$s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

平均値を測定結果としているときには、**平均値の実験標準偏差がタイプAの評価で求められた標準不確かさとなる。**

標準不確かさ（JIS Z 8103 計測用語）
標準偏差で表される、測定結果の不確かさ

計測の信頼性と測定の不確かさ 25

p. 25

◆ 解説

ここで、データの実験標準偏差と平均値の実験標準偏差とは、異なるものであり、校正証明書に記載する測定結果は平均値である以上、平均値がどのくらいばらつくのかということを求めなければおかしいと言うことを意識してもらおう。

これを理解することは、ものすごく重要で全生徒に絶対に理解してもらわなければいけないところである。この式を完全に生徒に印象づけることが大事である。

誤解で一番多いのは、実験標準偏差を算出するときに、2乗和を自由度(n-1)で割るが、その自由度と、ここでの \sqrt{n} を混同する人がものすごく多いということである。

演習問題2 -タイプAの評価-

電圧測定を3回反復し、データ {100.0 V, 100.2 V, 99.8 V} を得た。

1) 電圧の測定結果はいくらとするのが妥当か？

電圧の測定結果 _____ V

2) この測定結果の標準不確かさ(平均値の実験標準偏差)を求めよ。

標準不確かさ _____ V

(注)実際に行われる測定の
回数を推奨するものではない。

計測の信頼性と測定の不確かさ 26

p. 26

◆ 解答

電圧測定を3回反復し、データ {100.0 V, 100.2 V, 99.8 V} を得た。

1) 電圧の測定結果はいくらとするのが妥当か？

$$(100.0+100.2+99.8) / 3 = 100.0$$

電圧の測定結果 100.0 V

2) この測定結果の標準不確かさ(平均値の実験標準偏差)を求めよ。

$$\sqrt{[0^2+0.2^2+(-0.2)^2] / (3-1)}$$

$$= \sqrt{0.08 / 2}$$

$$= \sqrt{0.04} = 0.2$$

実験標準偏差 0.2 V

よって、3個のデータの平均値の実験標準偏差(標準不確かさ)は、

$$\text{標準不確かさ } 0.2 / \sqrt{3} = \underline{0.1154 V}$$

この演習では、3回反復としているが、実際に行われる測定の回数を推奨するものではない。

5 不確かさ評価の概要－タイプBの評価法 ①

なぜタイプBの不確かさ評価が必要なのか

- ・標準器の校正の不確かさ ……使っている標準器の校正の不確かさ評価まで行わなくてはいけない？
- ・再現することが難しい不確かさ……実験室の温度が変化することによってばらつきが生じるならば、1年間実験室の温度を測りつづけなければならないのか？
- ・そもそも測定できない不確かさ……使っている温度計は±0.5℃でしか温度が分からない。その計れなかった±0.5℃の間の温度のばらつきの評価は？

確率分布を仮定してばらつきを推定する

確率分布を仮定するには合理的な判断材料が必要。

実際に実験を行わないので、コスト、時間、人手の節約に大きく貢献する。

計測の信頼性と測定の不確かさ 27

p. 27

◆ 解説

タイプBの評価法も必要であるということの解説。

典型的な3例

標準器の校正の不確かさをすべて見積もろうと思うと、国家標準まで見積もることになる。

再現することが難しい不確かさ要因は、その状態を再現するために、時間、コスト、人手があまりにもかかりすぎるときを表す。

そもそも測定できない不確かさとは、「確定できないかたより」のことである。これは測定値はばらついていないときのばらつきを求めるといことで、タイプAでは評価できない要因である。

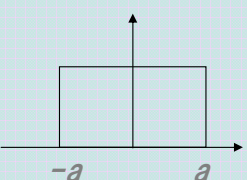
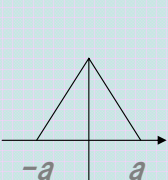
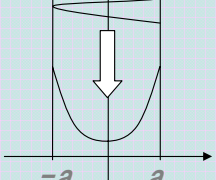
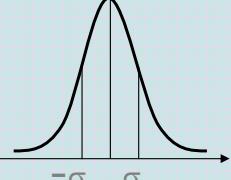
つまりタイプAのときのようにサイコロの平均値を考えると、サイコロは1-6までの目を持つ。更にその目は同じ1/6の確率で表れる。そう考えると、 $1 \times 1/6 + 2 \times 1/6 + 3 \times 1/6 + 4 \times 1/6 + 5 \times 1/6 + 6 \times 1/6 = 3.5$ となり、平均値が算出できる。

このように実験を行わなくても、事前の情報だけで平均値を算出することができた。同様にばらつきも同じような方法で算出できる。

タイプBの評価の利用は、コスト等の削減に役立つが、事前の情報がしっかりしていないと全く異なる値が算出されることがある。サイコロの場合は事前の情報がしっかりしているので、正確な値がでるが、測定の場合にはここまでしっかりとした事前の情報を手に入れることは難しいので、タイプBの評価法を用いるときは注意が必要。

5 不確かさ評価の概要－タイプBの評価法 ②

仮定した確率分布を標準不確かさに変換する

			
矩形分布(一様分布)	三角分布	U字分布	正規分布
最もよく使われる分布 限界値のときなどに 適用。	中心が多く, 端に いくほど少なくなる 分布に適用。 正規分布のときは この分布を適用 することが多い。	周期的に変化する 要因に対して適用。	校正証明書などで 不確かさが分かっ ている時に適用。
$\frac{a}{\sqrt{3}}$	$\frac{a}{\sqrt{6}}$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$\frac{U}{2}$

計測の信頼性と測定の不確かさ 28

p. 28

◆ 解 説

矩形分布

タイプBの評価法の90%以上は矩形分布が使われる。デジタル表示の不確かさは必ず矩形分布。スペックなどの±○で表されているようなものもほとんどの場合矩形分布を適用する。

$\sqrt{3}$ で半幅を割れば標準偏差が算出される。本来は積分計算によって求められる。

三角分布

使われるところは, 同じ大きさの矩形分布の重ね合わせた要因でよく使われるが, 生徒が混乱する可能性があるため, 詳しくは触れない。

ちなみに同じ大きさの矩形分布を2つ足し合わすと三角分布になる。

U字分布

U字分布はGUMに出ている例として実験室内の温度変化を紹介。これは, 温度が下限に近づくときヒーターが入り, 温度が上限に近づくとき冷房が入るといった制御を行っているときの分布である。もちろんこれとは違う制御方法を行っているときにはU字分布にはならない。

部屋の温度はU字分布となる。という認識は持たせないように。これは制御方法によって異なるものである。

正規分布

よく管理されている測定の測定値はほとんどの場合正規分布する。

校正証明書から不確かさを引用した場合は正規分布にする。というように, まずは丸暗記させること。不確かさの合成のところで, どうしてか理由は分かる。

また, 包含確率についても後で出るので頭の片隅に記憶しておく程度に紹介する。

5 不確かさ評価の概要－タイプBの評価法 ③

例題：タイプBの標準不確かさの算出

- 1) 使用した質量計には、校正証明書が付いており、そこには、次のように記載されていた。

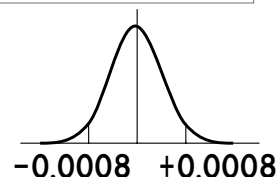
校正結果	: 表示1.000 0gの実際の質量は、1.000 5gである。
拡張不確かさ	: $\pm 0.000 8 \text{ g}$ ($k=2$)

校正証明書からの情報であるので、正規分布を仮定し、

校正結果の標準不確かさは

$$\pm 0.000 8 \text{ g} \div 2 = \underline{\pm 0.000 4 \text{ g}}$$

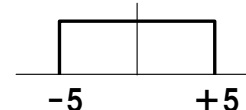
となる。



- 2) 測定環境は、 $20 \text{ }^\circ\text{C} \pm 5 \text{ }^\circ\text{C}$ である。測定時の温度は測っていないので、温度による標準不確かさは、矩形分布を仮定し、

$$\pm 5 \text{ }^\circ\text{C} \div \sqrt{3} = \underline{\pm 2.887 \text{ }^\circ\text{C}}$$

となる。



計測の信頼性と測定の不確かさ 29

p. 29

◆ 解説

- 1) 校正証明書は、正規分布を仮定し、包含係数=2で割る。

$$\pm 0.000 8 \text{ g} \div 2 = \underline{\pm 0.000 4 \text{ g}}$$

なぜ、正規分布と仮定できるかは、スライド36で詳しく紹介するので、ここではその理由は触れない。

- 2) 測定環境は、 $20 \text{ }^\circ\text{C} \pm 5 \text{ }^\circ\text{C}$ である。この $\pm 5 \text{ }^\circ\text{C}$ の範囲のどの温度で測定するかは、測定時の温度を測っていないので、確定できない。

これ以上詳細な情報はないので、矩形分布を仮定し、半値幅の $5 \text{ }^\circ\text{C}$ を $\sqrt{3}$ で割る。

$$\pm 5 \text{ }^\circ\text{C} \div \sqrt{3} = \underline{\pm 2.887 \text{ }^\circ\text{C}}$$

演習問題3 –タイプBの評価–

- 1) 電圧計は、上位の標準から校正を受けている。この校正証明書には、次のように記載されていた。

校正結果	: 100.0 Vを表示したときの入力電圧は, 100.0 Vである。
拡張不確かさ	: $\pm 0.4 \text{ V} (k=2)$
温度	: $23 \text{ }^\circ\text{C}$

上記の情報から、標準不確かさを求めよ。

校正結果の標準不確かさ _____ V

- 2) 測定環境は、 $23 \text{ }^\circ\text{C} \pm 3 \text{ }^\circ\text{C}$ である。温度による標準不確かさを求めよ。

温度による標準不確かさ _____ $^\circ\text{C}$

計測の信頼性と測定の不確かさ 30

p. 30

◆ 解答

- 1) 電圧計は、上位の標準から校正を受けている。この校正証明書には、次のように記載されていた。

校正結果 : 100.0 Vを表示したときの入力電圧は, 100.0 Vである。

拡張不確かさ : $\pm 0.4 \text{ V} (k=2)$

温度 : $23 \text{ }^\circ\text{C}$

上記の情報から、標準不確かさを求めよ。

正規分布を仮定し、

校正結果の標準不確かさ $0.4 \div 2 = \underline{0.2 \text{ V}}$

- 2) 測定環境は、 $23 \text{ }^\circ\text{C} \pm 3 \text{ }^\circ\text{C}$ である。温度による標準不確かさを求めよ。

矩形分布を仮定し、

温度による標準不確かさ $3/\sqrt{3} = \underline{1.732 \text{ }^\circ\text{C}}$

5 不確かさ評価の概要－測定結果を導く数学モデル ①

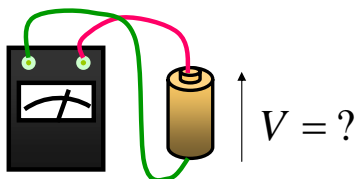
不確かさ評価において、測定結果を求める式を立てておくことは、各々の入力量に生じる不確かさ要因が結果に対し、どの程度寄与するのかを知るために重要である。

測定の数学モデル

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

測定量 入力量

(例) バッテリーの電圧測定



$$V = V_m + \alpha_V(t - t_0)$$

V_m : 測定した電圧の平均値

α_V : 電圧の温度係数

t : 測定時の温度

t_0 : 基準温度 (23°C)

演習問題3のように、温度環境が23 °C ±3 °Cのとき、±3 °Cという不確かさは、測定量の単位と異なるので、**測定量の単位に合わせる必要がある。**

計測の信頼性と測定の不確かさ 31

p. 31

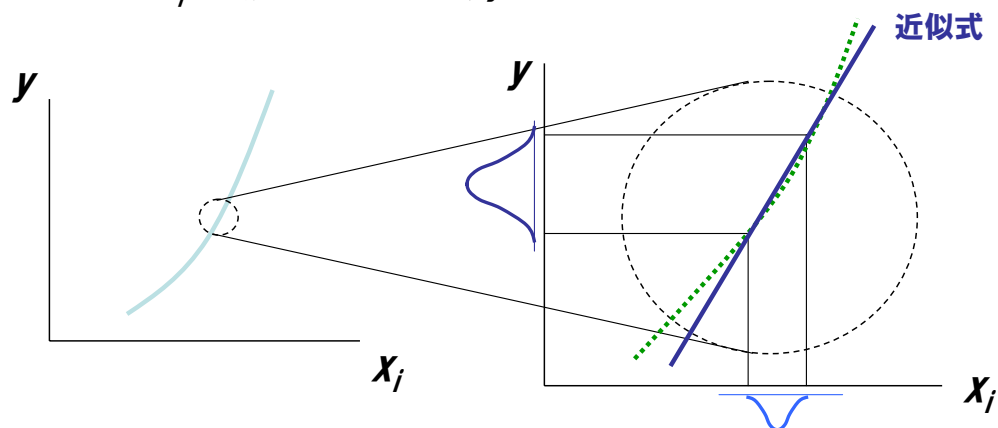
◆ 解説

不確かさ評価において、測定結果を求める式を立てておくことは、各々の入力量に生じる不確かさ要因が結果に対し、どの程度寄与するのかを知るために重要である。

演習問題3のように、温度環境が23 °C ±3 °Cのとき、±3 °Cという不確かさは、測定量の単位と異なるので、測定量の単位に合わせる必要がある。

5 不確かさ評価の概要－測定結果を導く数学モデル ②

入力量 x_i が微量変化したとき、 y はどれだけ変化するか？



$$c_i = x_i \text{ に関する } y \text{ の傾き} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad \text{これが、感度係数}$$

計測の信頼性と測定の不確かさ 32

p. 32

◆ 解説

感度係数とは、単位をそろえるための係数であるということを理解してもらおう。

原則として、どの測定においても、モデル式を立てて、それを各変数で偏微分することによって、感度係数を算出することが重要である。

ただし、簡単な直接測定の例では、 $y = x + \Delta x$ のように、右辺の変数が測定結果の単位と同じになるので、感度係数が1となり、必要ないことがあるが、複雑な数学モデルで表される測定については、重要なポイントである。

受講生がよく理解できない部分であるので、この解説は、丁寧に教えることが重要である。

5 不確かさ評価の概要－不確かさの合成と拡張 ①

不確かさの合成

個々の不確かさの大きさがタイプAの評価、タイプBの評価によって求められる。

求められた個々の不確かさを合成する。

測定の全体的な不確かさが算出できる。

合成標準不確かさ（JIS Z 8103 計測用語）

いくつかの他の量の値から求められる測定の結果の標準不確かさ。各量の変化に応じて測定結果がどれだけ変わるかによって重み付けした、分散又は他の量との共分散の和の平方根に等しい。

標準不確かさはすべて標準偏差で表されている。

標準偏差を合成するときには2乗和の平方根を用いる。

各標準不確かさを合成し、合成標準不確かさを求めるには標準不確かさを2乗し、足しあわせ、平方根をとる。

不確かさの伝播則(相関のない場合)

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)}$$

計測の信頼性と測定の不確かさ 33

p. 33

◆ 解説

左のフロー図では、個々の要因の不確かさを合成して、全体的な不確かさが求められるということを説明する。ここでは、まず流れを理解してもらう。

右のフロー図に移り、不確かさの用語を以下のように説明する。

個々の不確かさを標準偏差で表したものを「標準不確かさ」という。

合成標準不確かさは、個々の標準不確かさを合成したものをいう。

ここで、合成標準不確かさを求める式「2乗和の平方根」について触れる。

不確かさの伝播則について(相関のない場合)

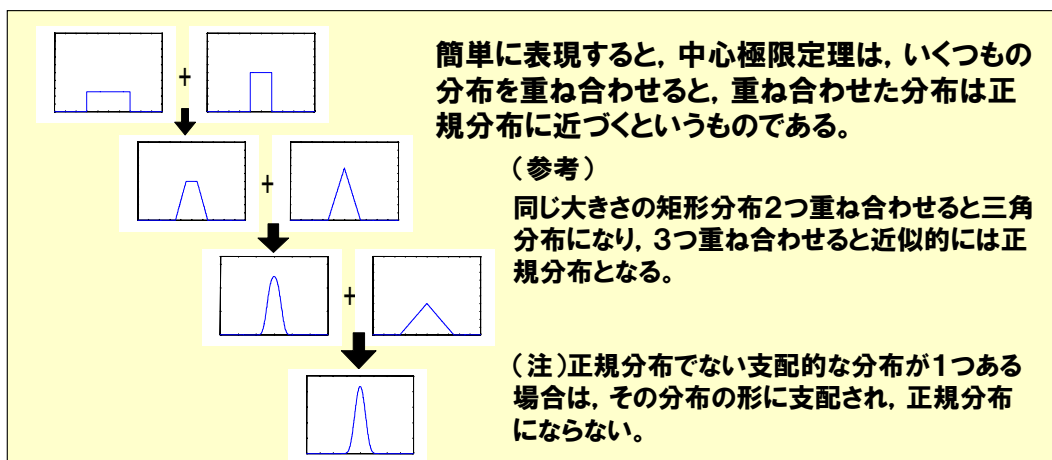
統計では、「標準偏差を合成するときには2乗和の平方根を用いるということになっている」

と説明し、

合成標準不確かさは、標準偏差であるので、ばらつきの平均値で表されているということを伝える。

5 不確かさ評価の概要－不確かさの合成と拡張 ②

中心極限定理について



中心極限定理の実用的な結論として、数個のデータからタイプAで評価された不確かさや矩形分布が支配的でないのならば、いくつかの分布の重なりである合成標準不確かさの合理的な分布の第一近似は、**正規分布**である。

計測の信頼性と測定の不確かさ 34

p. 34

◆ 解説

簡単に表現すると、中心極限定理は、いくつかの分布を重ね合わせると、重ね合わせた分布は正規分布に近づくというものである。

合成標準不確かさは、「個々の分布の形と大きさの関係によるが、いろいろな分布が足し合わされたものであるので、近似的に正規分布と見なせる」ということを分かってもらう。

詳しくは、

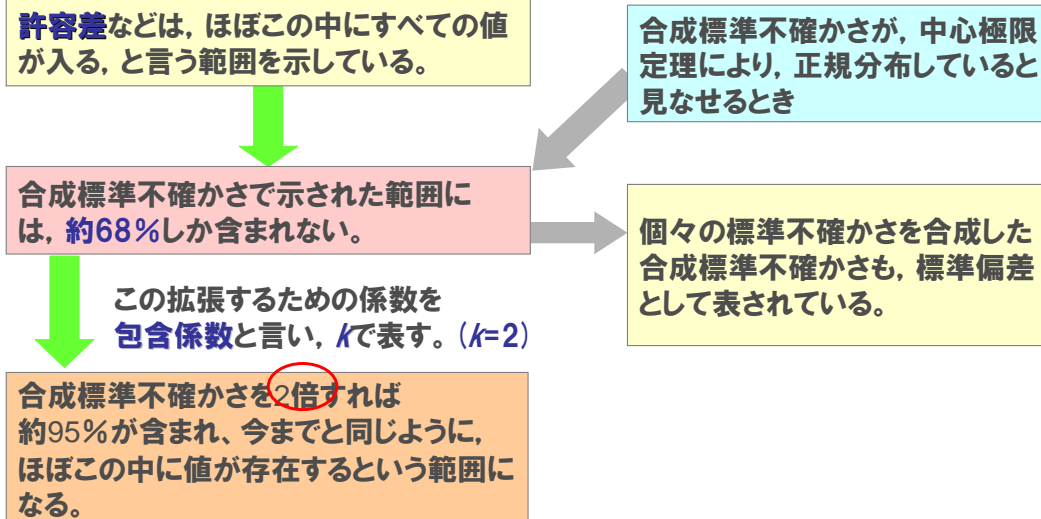
「入力量 x_i が正規分布で特徴付けられるなら、測定量 y の畳込み分布も正規分布になる。しかし、入力量 x_i の分布が正規分布でなくても、 y の分布は中心極限定理によって正規分布で近似できる場合がある。この定理によると、入力量 x_i が独立で、測定量 y の分散 $\sigma^2 y$ (入力量 x_i の合成した分布)が、正規分布でない x からの個々の成分のどれよりもはるかに大きいならば、正規分布に近似している。」ということである。

また、中心極限定理の実用的な結論として、「数個のデータからタイプAで評価された不確かさや矩形分布が支配的でないのならば、いくつかの分布の重なりである合成標準不確かさの合理的な分布の第一近似は、正規分布である。」ということに理解してよい。

なお、ここでは、t分布については触れない。

5 不確かさ評価の概要－不確かさの合成と拡張 ③

不確かさの拡張



これを **拡張不確かさ** という

計測の信頼性と測定の不確かさ 35

p. 35

◆ 解説

ここでは、なぜ、約68%のものしか含まれないのかということ少し考えてもらう。

左のフロー図を見て、

一般的に、±1%等という表示を見ると大体は±1%の間にほとんどの値が入ると理解することが多い。

しかし、±(合成標準不確かさ)で表された範囲にほとんどの値が入ることにはならない。

したがって、ばらつきのある平均的な大きさである合成標準不確かさを± σ と表された範囲の中に、ほとんどのものが含まれるようにするために拡張する。

合成標準不確かさに包含係数2を掛けると、その区間には、約95%が含まれる。この拡張した不確かさを拡張不確かさという。

次に、右のフローを見て、もう一度、合成標準不確かさについて補足する。

「合成標準不確かさが、中心極限定理により、正規分布と見なせるとき、その範囲には約68%しか含まれない。」

なぜなら、

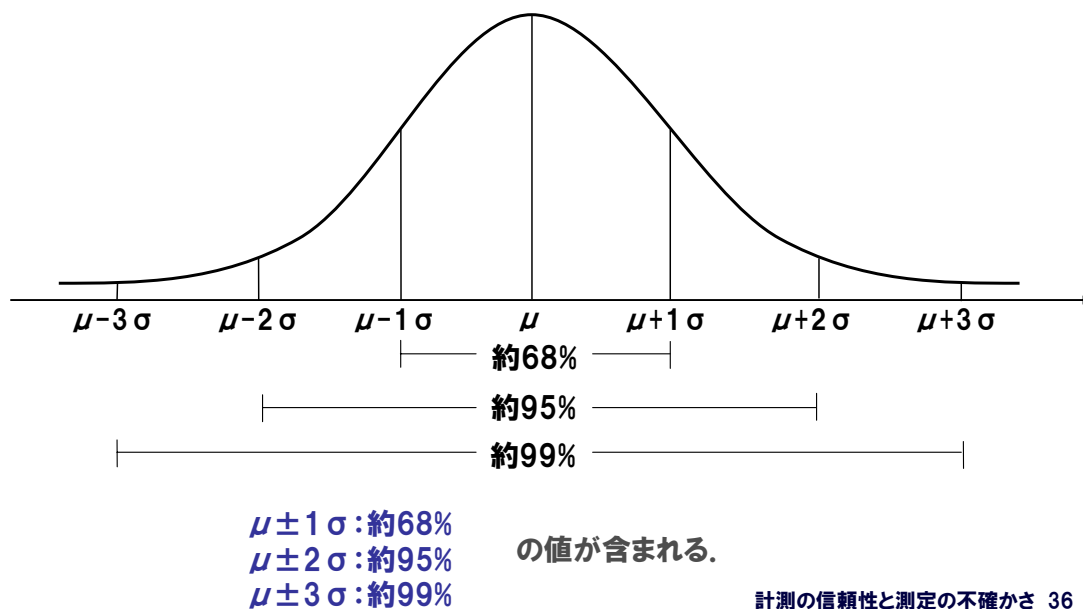
「いくつもの標準偏差を合成した合成標準不確かさもまた標準偏差で表されている」言い換えると「ばらつきのある平均的な大きさ」で表されているからである。

ということを説明し、理解を深めてもらう。

なお、ここでは、t分布から包含係数を算出することについては一切触れない。

5 不確かさ評価の概要－不確かさの合成と拡張 ④

合成標準不確かさ及び拡張不確かさが、正規分布のときの信頼区間



p. 36

◆ 解説

校正証明書から不確かさを引用した場合は、
包含係数 $k=2$ の拡張不確かさ表されていることがほとんどである。

校正証明書に記載された不確かさは、
個々の不確かさ要因を合成した合成標準不確かさを拡張した不確かさである。
よって、校正証明書の不確かさは、正規分布と見なせる。(注:スライド34を参照)
これは、タイプBの評価法の説明のところ、校正証明書の不確かさが正規分布と見なせることの解説になる。

包含係数が2と記載された場合は、2で割ってあげれば合成標準不確かさに戻る。
合成標準不確かさは、標準偏差であるので、68%しか含まれない区間であるということ。

5 不確かさ評価の概要－不確かさの報告 ①

不確かさの見積もり表(バジェットシート) 例 電流測定($I = V \cdot R$)

記号	不確かさの要因	分布	標準 不確かさ	感度 係数	$ c u(x_i)$	備考
$u(V)$	電圧計の不確かさ		0.507 2	9.9	5.021	
$u(V_1)$	繰り返しのばらつき		0.192			5回測定 校正証明書 履歴 スペック
$u(V_2)$	校正の不確かさ	正規	0.10			
$u(V_3)$	校正周期間の安定度	矩形	0.455			
$u(V_4)$	温度依存性	矩形	0.057 7			
$u(R)$	抵抗器の不確かさ		0.052 88	-101.1	5.346	
$u(R_1)$	校正の不確かさ	正規	0.050			校正証明書
$u(R_2)$	電流依存性	矩形	0.017 2			実験
合成標準不確かさ u_c					7.334	
拡張不確かさ $U = k u_c (k=2)$					14.67	→ 15

計測の信頼性と測定の不確かさ 37

p. 37

◆ 解説

特にバジェットシートには決まった書き方はない。

注意すべきポイントは、他の人が見て分かりやすいバジェットシートを書くということが大切ということである。

ここで例として上げたバジェットシートのように、是非備考の欄を付けて、解説をそこに記すということが、大事なことである。

また、このバジェットシートには、タイプAかタイプBの識別の欄は設けていない。

タイプAかタイプBかということは、評価した方法を区別するだけであって、合成する上において何ら重要な要素でないからである。

また、最終的な不確かさは、2桁に丸めるが、切り上げられることが多い。

5 不確かさ評価の概要－不確かさの報告 ②

報告する不確かさの有効桁数は、**2桁**程度(原則として2桁で表記)

① 合成標準不確かさを用いる場合

$$m_s = 1.000\ 021\ \text{g}, \text{ただし(合成標準不確かさ)} u_c = 0.036\ \text{mg}$$

② 拡張不確かさUを用いる場合

$$m_s = 1.000\ 021\ \text{g} \pm 0.000\ 072\ \text{g} (k=2)$$

注意： 測定結果及び不確かさの両方に単位をつけること。

$$\times m_s = 1.000\ 021 \pm 0.000\ 072\ \text{g} (k=2)$$

p. 38

◆ 解説

報告する不確かさの有効桁数は、**2桁**程度(原則として2桁で表記)

合成標準不確かさを用いて報告する場合が稀にある。

これは、試験所や校正機関がこの不確かさを用いて、自身の不確かさを評価する場合などに、拡張不確かさがわからなくてもいいという場合が想定できるが、実際にこの表記が校正証明書に記されているケースは非常に少ない。

GUMでは、この合成標準不確かさで表記する場合も想定している。

この表記にあるように、結果と不確かさを分けて表記する場合は、単位の接頭語は統一しなくてもよい。

重要なのは、両方の数値に単位を付けるということである。

拡張不確かさの表記の一例である。

合成標準不確かさの表記のようにしてもよい。

このとき、 $m_s = 1.000\ 021\ \text{g}$, **ただし(拡張不確かさ) $U = 0.072\ \text{mg}$**

というように大文字のUを用いること。

また、用いた包含係数を必ず記載すること。

演習問題4 ー不確かさの合成と拡張ー

- 1) 演習問題2及び演習問題3で求めた標準不確かさを用いて、合成標準不確かさを求めよ。ただし、この電圧計の温度依存性は、仕様より $0.10 \text{ V}/^\circ\text{C}$ と記載されている。(スライド31の例の式を用いて、温度に対する感度係数を求めておくこと。)

合成標準不確かさ _____ V

- 2) 拡張不確かさ(有効数字2桁)を求め、結果を報告せよ。

測定結果 _____ V
拡張不確かさ _____ V ($k=2$)

計測の信頼性と測定の不確かさ 39

p. 39

◆ 解答

- 1) 演習問題2(スライド26)及び演習問題3(スライド30)で求めた標準不確かさを用いて、合成標準不確かさを求めよ。ただし、この電圧計の温度依存性は、仕様より $0.10 \text{ V}/^\circ\text{C}$ と記載されている。

感度係数は、 $0.10 \text{ V}/^\circ\text{C}$ である。

よって、温度による不確かさを測定量の単位に合わせると、

$\pm 1.732 \text{ }^\circ\text{C} \times 0.10 \text{ V}/^\circ\text{C} = \pm 0.1732 \text{ V}$ となる。

よって、合成標準不確かさは、

$$(0.1154^2 + 0.2^2 + 0.1732^2)^{1/2} = 0.28867$$

合成標準不確かさ 0.28867 V

- 2) 拡張不確かさ(有効数字2桁)を求め、結果を報告せよ。

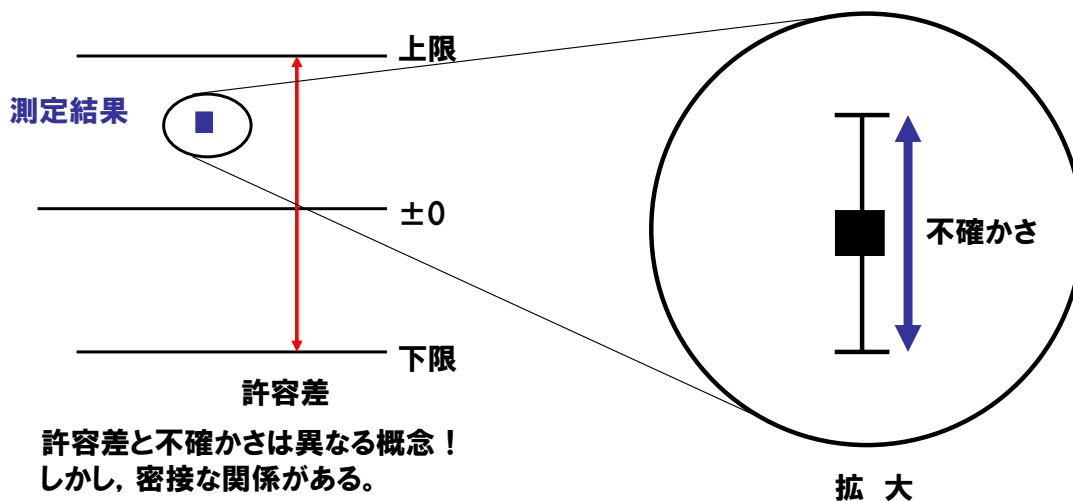
$$0.28867 \text{ V} \times 2 = 0.57735$$

測定結果 100.0 V

拡張不確かさ 0.58 V ($k=2$)

6 不確かさと適合性の表明 ①

適合性を表明するには、許容差と不確かさの関係を理解することが重要



許容差と不確かさは異なる概念！
しかし、密接な関係がある。

許容差(製品規格, 最大許容誤差, 限界値)

…合否判定を行うための基準

計測の信頼性と測定の不確かさ 40

p. 40

◆ 解説

適合性の表明には、許容差と不確かさの関係を理解することが重要である。

得られた測定結果は、点でなく、拡大すると不確かさの範囲を持っているということがポイントになる。

許容差は、合否判定のための基準でこれを越えてはいけないという限界を表す。

一方、不確かさは、測定値の周りに真の値の候補が広がっている区間であり、本来は異なる。

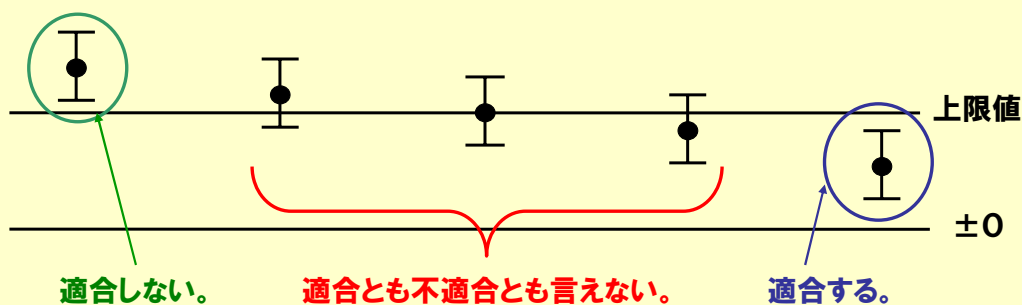
しかし、合否判定は、真の値が許容差以内に存在するか、存在しないかを判定することであるため、真の値の存在区間を示しているという点では、密接な関係があるといえる。

6 不確かさと適合性の表明 ②

国際試験所認定協力機構(ILAC)の適合性の表明

ILAC G8:1996 Guidelines on Assessment and Reporting of Compliance with Specification

不確かさ区間の半分を下に伸ばしても、測定結果は上限を越えている。	測定結果は上限以上だが、余裕は不確かさ区間の半分に満たない。	測定結果は限界自体に乗っている。	測定結果は上限以下だが、余裕は不確かさ区間の半分に満たない。	不確かさ区間の半分を上にも伸ばしても、測定結果は上限以下である。
----------------------------------	--------------------------------	------------------	--------------------------------	----------------------------------



計測の信頼性と測定の不確かさ 41

p. 41

◆ 解説

国際試験所認定協力機構(ILAC)の適合性の表明

ILAC G8:1996 Guidelines on Assessment and Reporting of Compliance with Specification

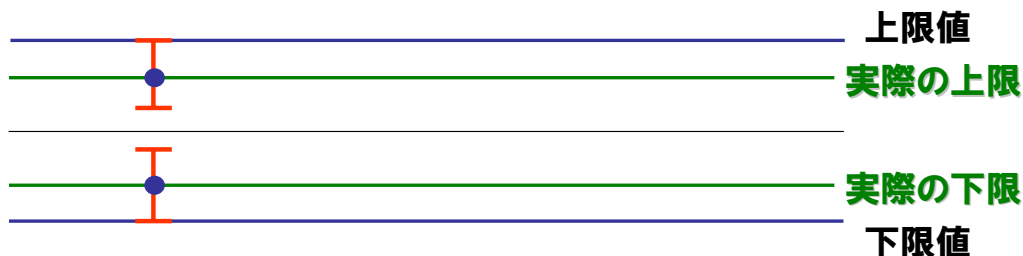
ILACのホームページでダウンロードできる。

このスライドでは、上限値について、不確かさを考慮した適合性の判定を示している。判定といっても、状態を示しているという表現になっている。

具体的な判定については、「上限値と不確かさが交わっているスライドの中央3つのケース」の条件を決定するということが必要となる。

6 不確かさと適合性の表明 ③

合否判定基準に不確かさを取り入れる手法



図に示すように、上限値/下限値から不確かさの大きさ分(片側)だけ内側に実際の上限/下限を設定することで、不確かさを含めても上限値/下限値を超えることはない。

現在のところ、不確かさを取り入れた判定は、ごく僅かである。

すでに合否判定は行われているため、不確かさを考慮した判定は、今後の課題である。

計測の信頼性と測定の不確かさ 42

p. 42

◆ 解説

ここでは、合否判定に不確かさを取り入れた場合の典型的な方法を紹介する。

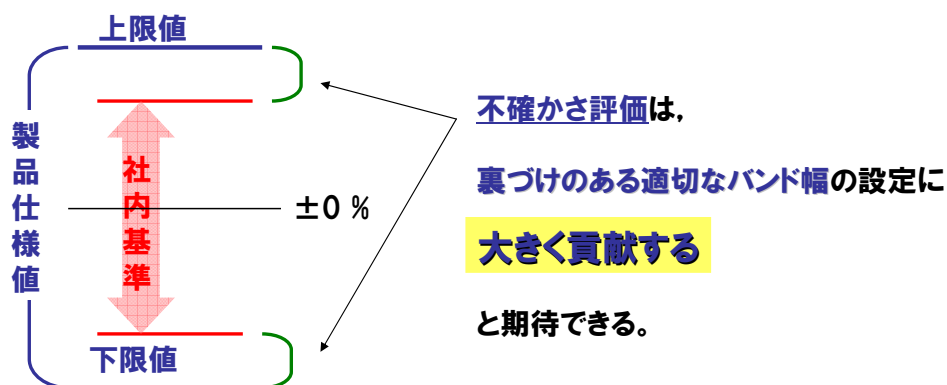
すなわち、図に示すように、上限値/下限値から不確かさの大きさ分(片側)だけ内側に実際の上限/下限を設定することで、不確かさを含めても上限値/下限値を超えることはない。ということになる。

しかし、現在のところ、不確かさを取り入れた判定はごく僅かであり、

すでに合否判定が行われている状況であるため、不確かさを取り入れた合否判定の方法については、たとえば、業界、国などの地域ごとに詳細にする必要があり、今後の課題である。

まとめ …… 第15章 計測の信頼性と測定の不確かさ

- ◇ 測定結果の信頼性について、その必要性を学んだ。
- ◇ 計量標準とトレーサビリティについて知識を深めた。
- ◇ 結果の質の指標となる不確かさについて、その意味と評価方法について学んだ。
- ◇ 不確かさを考慮した適合性の表明について、触りを知った。



計測の信頼性と測定の不確かさ 43

p. 43

◆ 解説

- ・測定結果の信頼性について、その必要性を学んだ。
- ・計量標準とトレーサビリティについて知識を深めた。
- ・結果の質の指標となる不確かさについて、その意味と評価方法について学んだ。
- ・不確かさを考慮した適合性の表明について、触りを知った。

このようなことから、不確かさ評価は、
測定結果の信頼性の指標となり、
裏づけのある適切なバンド幅の設定に
大きく貢献するものと
期待できる。

演習問題 B …… 第15章 計測の信頼性と測定の不確かさ

- 測定結果の信頼性評価として、不確かさについて学んだことを参考に
どういった状況において、不確かさが必要となるのか具体例を考察せよ。

参考資料 …… 第15章 計測の信頼性と測定の不確かさ

参考文献

- ◆ 飯塚幸三(監修), 今井秀孝(翻訳): 計測における不確かさの表現のガイド, 日本規格協会, 2005
- ◆ 産総研, JEMIC: 初心者向け不確かさ研修プログラムテキスト, <http://www.nmij.jp/stats-part1/uncertainty/uncertainty.html> , <http://www.jemic.go.jp/gizyutu/uncertainty.html>で入手可
- ◆ 榎原研正, 田中秀幸: AIST計測における不確かさエキスパート養成研修テキスト, 産総研, 不確かさ研修会, 2006

参考資料

- ◆ JIS Z 8103 計測用語: 日本工業規格, 2000
- ◆ 国際試験所認定協力機構(ILAC): G8:1996 Guidelines on Assessment and Reporting of Compliance with Specification, <http://www.ilac.org/>
- ◆ 日本工業標準調査会(JISC): <http://www.jisc.go.jp/>
- ◆ 国際標準化機構(ISO): <http://www.iso.org/>

不確かさに関する資料(日本語)

- ◆ 製品評価技術基盤機構(NITE): <http://www.nite.go.jp/>
- ◆ 日本適合性認定協会(JAB): <http://www.jab.or.jp/>

計測の信頼性と測定の不確かさ 45

p. 45

◆ 解説

このテキストは、計測標準フォーラム及び計量標準等トレーサビリティ導入に関する調査研究WG2が共同で開発した初心者向け不確かさ研修プログラムのテキスト、並びに独立行政法人 産業技術研究所 計測標準研究部門 物性統計科 応用統計研究室の榎原博士、田中博士から頂いた不確かさのテキストをベースに両氏の協力指導を得て作成したものである。なお、両氏は、不確かさ普及の活動として、経済産業省、日本規格協会等々で開催される不確かさ研修会の講師としても活躍されている。